

# DINÂMICA NÃO-LINEAR E CAOS

Prof. Marcelo A. Savi

## Pontos de Equilíbrio, Estabilidade e Hamiltonianos

1 - Determine os pontos de equilíbrio e avalie a natureza da estabilidade desses pontos para os seguintes sistemas. Se necessário assuma as características dos parâmetros (positivo ou negativo, por exemplo).

$$(1) \ddot{u} + \mu u + u^2 = 0$$

$$(2) \ddot{u} + \alpha \dot{u} + \gamma u + \beta u^3 = 0$$

$$(3) \ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0$$

$$(4) \ddot{u} + \alpha(1 - \beta u^2)\dot{u} + \omega_0^2 u = 0$$

$$(5) \begin{cases} \dot{u} = \alpha(v - u) \\ \dot{v} = u(\beta - w) - v \\ \dot{w} = uv - \gamma w \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} \dot{u} = \gamma u - \alpha uv \\ \dot{v} = \beta uv - \mu v \end{cases}$$

2 – Discuta outras possíveis naturezas de pontos de equilíbrios diferentes de sela, poço, fonte, espiral e centro.

**3** - Determine os pontos de equilíbrio e avalie a natureza da estabilidade destes pontos para os seguintes mapeamentos. Se necessário assuma as características dos parâmetros (positivo ou negativo, por exemplo).

$$(1) \begin{cases} U_{n+1} = U_n \\ V_{m+1} = U_n + V_n \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} U_{n+1} = \alpha - U_n^2 + \beta V_n \\ V_{n+1} = U_n \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} U_{n+1} = \alpha + \mu_1(U_n \cos \tau - V_n \sin \tau) \\ V_{n+1} = \mu_2(U_n \sin \tau + V_n \cos \tau) \end{cases}$$

**4** - A partir dos sistemas mecânicos conservativos 2-Dim propostos a seguir,

$$(1) \ddot{u} + \mu u + \beta u^3 = 0$$

$$(2) \ddot{u} + \mu \operatorname{sen}(u) = 0$$

- Determine a função Hamiltoniana  $H(u, v)$  associada a energia total do sistema e trace o que se pede a seguir para vários níveis de energia:

(a) As curvas Energia Potencial versus posição.

(b) As superfícies da função Hamiltoniana.

(c) As órbitas no espaço fase  $(u, v)$ .

- Avalie diferentes sinais para os parâmetros. Mostre que estes sistemas são conservativos.